

## מרתון מחירים ב'

### שאלה מספר 1 (מועד א' 2014 – האוניברסיטה העברית)

הניחו שישנה מניה נושאת סיכון. מחיר של מניה כיום הוא 1 ש"ח. מחירה של המניה בתקופה הבאה יהיה 5 ש"ח בהסתברות 0.6 ו-0 ש"ח בהסתברות 0.4. לעומתה, ישנה איגרת חוב בטוחה שמחירה כיום הינו 1 ש"ח ומחירה בתקופה הבאה יהיה גם 1 ש"ח (בוודאות). לרשות פרט  $x$  שקלים להשקעה בשני נכסים אלו (הוא חייב לחלק סכום זה בין שני אפיקי ההשקעה הנתונים). פונקציית התועלת שלו מעושר  $w$  הינה:  $u(w) = \ln(w)$

- (א) הפרט הנ"ל הינו: **שונא סיכון / אוהב סיכון / אדיש לסיכון / לא ניתן לדעת** (3 נק')
- (ב) בבחירה אופטימלית הפרט ישקיע \_\_\_\_\_ שקלים במניה ו- \_\_\_\_\_ שקלים באיגרת החוב (7 נק')

### שאלה מספר 2 (מועד ב' 2013 – אוניברסיטת חיפה)

לאבישי  $W > 0$  שקלים להשקיע עבור לקוחו. ידוע כי העדפותיו של הלקוח מקיימות את ההנחות של VNM. אבישי מציע ללקוח שתי אפשרויות:

(1) להשקיע 15% מכספו בתיק מניות עם סיכון שבו הסכום המושקע עלול או לעלות בערכו ב-10% או לרדת בערכו ב-10% עם הסתברות שווה, ולהשקיע את השאר באג"ח ממשלתי עם תשואה בטוחה של 5%.

(2) להשקיע 50% מכספו בתיק מניות והשאר באג"ח

- (א) האם ייתכן שלקוח אדיש לסיכון יהיה אדיש בין שתי האופציות?
- (ב) הנח כי תועלתו של הלקוח מכסף הינה:  $u(x) = \sqrt{x}$  איזו תוכנית השקעה יעדיף הלקוח?
- (ג) בהמשך לסעיף הקודם, האם תוכנית ההשקעה שקיבלת היא תוכנית ההשקעה האופטימלית עבור הלקוח? דהיינו, אם הלקוח היה בוחר את אחוז ההשקעה בתיק המניות, האם הוא היה בוחר בתוכנית שקיבלת בסעיף ב'?
- (ד) בהמשך לסעיף ב', עבור כל אחת מתוכניות ההשקעה, מציע אבישי גם תוכנית ביטוח שמבטיחה החזר כספי בגין הפסד בתיק המניות. עלות הביטוח היא  $K$  שקלים. מהו הסכום המקסימלי שהלקוח יהיה מוכן לשלם עבור הביטוח?

ה) בהמשך לסעיף ב', סוכן אחר בשם דני מציע ללקוח תוכנית השקעות עם תשואה מובטחת בכל מצב טבע. מהי התשואה המינימלית בתוכנית ההשקעות עבורה יסכים הלקוח להשקיע בתוכנית של דני?

### שאלה מספר 3 (שאלה של ניר)

להלן נתונים על תשואות של 3 מניות שונות:

מניה A: תשואה של 30% בהסתברות של 0.8, ותשואה שלילית של 10% בהסתברות של 0.2.

מניה B: תשואה של 15% בהסתברות של 1.

מניה C: תשואה של 20% בהסתברות של 0.5, ותשואה של 10% בהסתברות של 0.5.

לפרט פונקציית תועלת מהצורה:  $U = X^\alpha$ , כאשר  $X$  מסמל את הונו של הפרט. לפרט הון התחלתי לא ידוע בגובה  $X_0$ .

לגבי כל אחד מהמשפטים הבאים קבע האם הוא נכון/לא נכון ונמק:

(א) עבור כל  $\alpha < 1$ , פרט יעדיף לקנות את מניה B מאשר את מניה C.

(ב) עבור כל  $\alpha < 1$ , פרט יעדיף לקנות את מניה B מאשר את מניה A.

(ג) עבור כל  $\alpha > 1$ , פרט יעדיף לקנות את מניה C מאשר את מניה B.

(ד) עבור כל  $\alpha > 1$ , פרט יעדיף לקנות את מניה A מאשר כל מניה אחרת.

(ה) עבור כל  $\alpha = 1$ , פרט יעדיף לקנות את מניה A מאשר כל מניה אחרת.

### שאלה מספר 4 (מועד א' 2014 – אוניברסיטת חיפה)

אנה מגדלת זעתר שערכו משתנה בהתאם למצבי טבע: במצב הטבע הראשון ערכו 100 ש"ח ובמצב הטבע השני הוא 10,000 ש"ח. אנה ממקסמת תוחלת תועלת.

פונקציית התועלת שלה מכסף נתונה ע"י:  $u(x) = \ln(x)$

(א) האם אנה שונאת סיכון?

אנה מעריכה כי מצב הטבע הראשון מתרחש בהסתברות 0.4 ומצב הטבע השני בהסתברות 0.6. סוכן ביטוח מציע לאנה לקנות ביטוח במחיר  $q$  ש"ח עבור כל ש"ח שישולם במצב הטבע הראשון. כלומר, אם אנה קונה  $K$  יחידות ביטוח, אזי היא משלמת לסוכן  $qK$  ש"ח וחברת הביטוח משלמת לאנה  $K$  ש"ח רק במצב הטבע הראשון.

(ב) מהו  $q$  שעבורו אנה תקנה ביטוח מלא (כלומר, שמשווה את הכנסתה נטו בשני מצבי הטבע)?

(ג) האם אנה תקנה ביטוח במחיר של  $q > 1$ ?

(ד) האם קיים מחיר  $q < 1$  שעבורו אנה לא תקנה ביטוח מהסוכן?

(ה) הנח עתה כי אנה איננה יכולה לרכוש ביטוח. הנח כי יש לאנה אפשרות לגדל, בנוסף לזעתר, לימונית. ערך הלימונית הוא 7000 ש"ח במצב הטבע הראשון ו-2000 ש"ח במצב הטבע השני. אנא בוחרת באיזה חלק מן השדה  $0 \leq z \leq 1$  לגדל זאתר. בשאר השטח היא מגדלת לימונית. האם ייתכן שאנה תבחר לגדל לימונית בלבד?



### שאלה מספר 5 (שאלה של ניר)

פונקציית התועלת של דיקלה היא:  $U = \sqrt{C} + \sqrt{L}$ , כאשר  $L$  מסמל את שעות הפנאי של דיקלה ו- $C$  את כמות התצרוכת. מחיר יחידת תצרוכת הינה  $P_C = 1$ . לדיקלה יש 24 שעות ביום.

דיקלה כרגע מובטלת ומקבלת דמי אבטלה בגובה 5 ₪ ליום. דיקלה מתלבטת האם לוותר על דמי האבטלה ולהקים עסק – דוכן לימונדה באוניברסיטה ברחבה שמחוץ לבניין פרנק סינטרה. במידה ודיקלה מקימה דוכן לימונדה הכנסותיה יתפלגו כדלקמן: בהסתברות של 30%, יהיה יום בהיר ודיקלה תרוויח 3 ₪ לשעה. בהסתברות של 50%, יהיה טפטוף קל ודיקלה תרוויח 2 ₪ לשעה. בהסתברות של 20%, יהיה גשם ודיקלה לא תרוויח כלום לשעה.

(א) האם דיקלה תחליט להקים את העסק?  
(ב) עבור אילו דמי אבטלה דיקלה תהיה אדישה בין למכור לימונדה לבין להיות מובטלת?

(ג) אגודת הסטודנטים הציעה לדיקלה להקים את הדוכן בתוך הבניין. הבניין מקורה ולכן במקרה כזה הרווח לשעה של דיקלה יהיה 3 ₪ לשעה, אך היא תאלץ לשלם דמי שכירות קבועים ליום בגובה  $T$  שקלים. מהם דמי השכירות המקסימלים שדיקלה תהיה מוכנה לשלם לאגודה?

### שאלה מספר 6 (מועד א' 2014 – האוניברסיטה העברית)

במדינה כלשהי במזרח הקרוב מתקיימות בחירות בהן הפרלמנט בוחר את נשיא המדינה. ישנם 101 חברי פרלמנט, ושלושה מועמדים לנשיאות, רובי, מאיר, ודליה. לכל חבר פרלמנט יחס העדפה חזק על שלוש האלטרנטיבות (כלומר, הם אינם אדישים בין שתי אלטרנטיבות). הבחירות מתקיימות בשיטה דלהן: בשלב הראשון, כל חבר פרלמנט מכריז מהי האלטרנטיבה המועדפת עליו. לאחר מכן, סופרים את הקולות ושני המועמדים שקיבלו את המספר הגדול ביותר של קולות עולים לסיבוב השני (אם יש תיקו בין המקום השני לשלישי, מטילים מטבע הוגן בכדי לבחור איזו אלטרנטיבה עולה לשלב השני). בסיבוב השני כל חבר פרלמנט מצביע לאלטרנטיבה המועדפת עליו מבין שתי האלטרנטיבות שעלו לסיבוב השני.

נגדיר כעת שתי פונקציות:

פונקציית הרווחה החברתית (F) מדרגת את האלטרנטיבות בסדר הבא:  
 המנצח בסיבוב השני < המפסיד בסיבוב השני < המועמד שהגיע למקום השלישי  
 בסיבוב הראשון.  
 פונקציית הבחירה החברתית (G) בוחרת את האלטרנטיבה המדורגת במקום הראשון.  
 כלומר, המנצח בסיבוב השני נבחר לנשיא המדינה.  
 הנחיה: בכל סעיפי השאלה הניחו כי חברי הפרלמנט הינם כנים, והם מצביעים לפי  
 העדפותיהם האמיתיות. כלומר, הם לא עושים שיקולים אסטרטגיים בהצבעתם.

(א) (9 נק')

(1) האם פונקציית הרווחה החברתית (F) מקיימת את אקסיומת PARETO?  
 כן/לא

(2) האם פונקציית הרווחה החברתית (F) מקיימת את אקסיומת אי-דיקטטורה?  
 כן/לא

(3) האם פונקציית הרווחה החברתית (F) מקיימת את אקסיומת אי-תלות?  
 כן/לא

(ב) הניחו עתה כי כמה ימים לפני מועד הבחירות נודע לראש ממשלתה של אותה מדינה  
 שאם הפרלמנט ישתמש בפונקציית הבחירה הנתונה בשאלה (G), המנצח בסיבוב  
 השני צפוי להיות (על פי המידע שקיבל בנוגע להעדפות של חברי הפרלמנט) המועמד  
 הראשון, רובי.

מכיוון שראש הממשלה מעוניין לקדם נשים לתפקידים ציבוריים בכירים, הוא מעדיף  
 שהמועמדת דליה תהיה זו שתנצח את הבחירות.  
 בכדי לגרום לכך שדליה תהיה זו שתנצח בבחירות, שוקל ראש הממשלה פרוצדורות  
 בחירה שונות מהפרוצדורה הנתונה. בכדי להחליט איזו פרוצדורת בחירה לקיים, הנכם  
 מתבקשים לייעץ לראש הממשלה, ולענות על השאלות הבאות בהן תשוו בין פרוצדורות  
 בחירה.

(1) כלל בורדה מול השיטה הקיימת (G).

פונקציית בחירה המבוססת על כלל בורדה הינה פונקציית הבחירה האלטרנטיבה  
 המדורגת במקום הראשון כאשר מדרגים את שלוש האלטרנטיבות לפי כלל בורדה.  
 במקרה של שוויון בין שתי אלטרנטיבות, מטילים מטבע הוגן בכדי לקבוע את זהות  
 המנצח.

בסעיף זה הניחו כי  $S_1, S_2, S_3$  הינם 1,2,3 בהתאמה.

התייחסו לנכונות הטענה הבאה:

אם בפרופיל העדפות כלשהו נבחר מועמד מסוים לנשיאות כאשר משתמשים בפונקציית הבחירה הנתונה (G), מועמד זה ייבחר בהכרח גם כאשר משתמשים בפונקציית בחירה המבוססת על כלל בורדה.  
(התייחסו בתשובתכם רק לפרופילי העדפות בהם המנצח נבחר באופן דטרמיניסטי, כלומר, לא על ידי הטלת מטבע)

### נכון / לא נכון

נמקו בקצרה את תשובתכם.

(2) בשיטת רוב כל חבר פרלמנט מצביע עבור המועמד שנמצא במקום הראשון ברשימתו. המועמד שקיבל את מספר הקולות הגבוה ביותר נבחר לנשיאות. במקרה של שוויון מטילים מטבע הון בכדי לקבוע את זהות המנצח.

עבור אלו ערכים של  $S_1, S_2, S_3$  ( $S_1 > S_2 > S_3$ ) המועמד הנבחר כאשר משתמשים בכלל בורדה הינו בהכרח המועמד הנבחר כאשר משמשים בשיטת רוב? (התייחסו בתשובתכם רק לפרופילי העדפות בהם המנצח נבחר באופן דטרמיניסטי, כלומר, לא על ידי הטלת מטבע). הקיפו את התשובה הנכונה:

(א) התשובה נכונה לכל  $S_1 > S_2 > S_3$

(ב) התשובה לא נכונה לאף  $S_1 > S_2 > S_3$ .

(ג) ישנם ערכים של  $S_1 > S_2 > S_3$  עבורם האלטרנטיבה המנצחת בכלל בורדה הינה

האלטרנטיבה המנצחת ברוב, לדוגמא:  $S_1 = \underline{\hspace{2cm}}$   $S_2 = \underline{\hspace{2cm}}$   $S_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ , וישנם ערכים עבורם האלטרנטיבות המנצחות עשויות להיות שונות, לדוגמא:

$S_1 = \underline{\hspace{2cm}}$   $S_2 = \underline{\hspace{2cm}}$   $S_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

נמקו בקצרה את תשובתכם.

### שאלה 7 (שאלה של ניר)

עבור כל אחד מהמקרים הבאים, צייר את תיבת Edgeworth ואת קו החוזה:

(א) נתון:  $U_1 = X_1 + Y_1$  ,  $U_2 = 4X_2 + 4Y_2$  ,  $\bar{X} = 20$  ,  $\bar{Y} = 10$

(ב) נתון:  $U_1 = \min\{X_1, Y_1\}$  ,  $U_2 = X_2 + 4Y_2$  ,  $\bar{X} = 20$  ,  $\bar{Y} = 10$

(ג) נתון:  $U_1 = \min\{X_1, Y_1\}$  ,  $U_2 = X_2 Y_2$  ,  $\bar{X} = 20$  ,  $\bar{Y} = 10$

- (ד) נתון:  $U_1 = \min\{X_1, Y_1\}$  ,  $U_2 = \min\{2X_2, 4Y_2\}$  ,  $\bar{X} = 10$  ,  $\bar{Y} = 30$   
 (ה) נתון:  $U_1 = X_1 + \ln Y_1$  ,  $U_2 = X_2 + \ln Y_2$  ,  $\bar{X} = 20$  ,  $\bar{Y} = 10$

### שאלה 8 (מועד א' 2015 – העברית)

בכלכלת חליפין שני שחקנים שתועלתם:  $U_1 = x_1 + 2y_1$  ,  $U_2 = (x_2 y_2)^2$

א. אם קיים שיווי משקל ולרסיאני בו שחקן 2 צורך 2 יחידות מ-X אזי, בשיווי משקל זה, יחס המחירים של המוצרים x ו-y חייב להיות (אם לא ייתכן כי קיים שיווי משקל כזה, או אם יש יותר מיחס מחירים יחיד, כתבו זאת):

$$\frac{P_x}{P_y} =$$

ב. בסעיף זה בלבד, הניחו כי לשחקן 1 סל התחלתי של 4 יחידות מ-X ו-3 יחידות מ-Y. לשחקן 2 יש סך התחלתי של 4 יחידות מ-X ויחידה אחת מ-Y.

(1) בתיבת אדג'וורת, ציירו את עקומות האדישות העוברת בנקודה שבה שחקן 1 צורך 2 יחידות מ-X ושחקן 2 צורך 2 יחידות מ-Y (הניחו כי כל היחידות הקיימות בשוק מחולקות לשחקנים). הבהירו בציורכם איזו עקומת אדישות שייכת לכל שחקן.

(2) האם הנקודה הנ"ל היא נקודה יעילה (סמן את התשובה הנכונה)?

(א) כן

(ב) לא, אבל יש הקצאה יעילה בה שחקן 1 צורך 2 יחידות מ-X ובה שחקן 1 צורך \_\_\_\_\_ (השלם את החסר) יחידות מ-y.

(ג) לא, אין הקצאה יעילה בה שחקן 1 צורך 2 יחידות מ-X.

(ד) לא ניתן לדעת.

ג. מעתה הניחו כי לשחקן 1 סל התחלתי של 8 יחידות מ-Y ו-0 יחידות מ-X. לשחקן 2 סל התחלתי של 8 יחידות מ-X ושל 8 יחידות מ-Y.

(1) ציירו את תיברת אדגוורת ואת קו החוזה.

(2) ציירו את הליבה של הכלכלה.

ד. בשיווי משקל ולרסיאני במקרה זה בהכרח יתקיים כי בהשוואה לסל ההתחלתי (סמן את התשובה הנכונה):

- (1) שחקן 1 יקנה X וימכור Y.
- (2) שחקן 1 ימכור X ויקנה Y.
- (3) שחקן 1 יקנה X וגם יקנה Y.
- (4) שחקן 1 ימכור X וגם ימכור Y.
- (5) שחקן 1 לא יקנה ולא ימכור משני המוצרים.
- (6) לא ניתן לדעת.

ה. יחס המחירים בשיווי משקל ולרסיאני במקרה זה הוא:  
(אם יש יותר מיחס מחירים אחד, כתבו את כל יחסי המחירים האפשריים)

### שאלה 9 (מועד ב' 2013 – בן גוריון)

במשק ישנם שני פרטים (1 ו-2) הצורכים שני מוצרים (X ו-Y). העדפותיו של פרט 1 נתונות על ידי:  $U_1(X_1, Y_1) = X_1 + 2Y_1$ . העדפותיו של פרט 2 נתונות על ידי:  $U_2(X_2, Y_2) = 2X_2 + Y_2$ . במשק יש 100 יחידות מכול מוצר.

- (1) (3 נק') מהו אוסף ההקצאות הפארטו יעילות במשק זה? הציגו אותו גרפית ואלגברית. הניחו כי הסל התחילי של פרט 1 הינו (80,80) והסל התחילי של פרט 2 הינו (20,20).
- (2) (12 נק') חשבו את המחירים וההקצאה של שיווי משקל תחרותי. חלק ב' הגדרה: הקצאה אפשרית הינה **נטולת קנאה** אם כול פרט מעדיף (חלש) את הסל אותו הוא מקבל על פני הסל אותו מקבל כול פרט אחר בכלכלה. הניחו כי במשק ישנם 3 פרטים עם העדפות שונות שמתנהגות "יפה ממש".
- (3) (5 נק') הניחו כי לכול הפרטים סל תחילי זהה והראו כי ההקצאה המתקבלת בשיווי משקל תחרותי הינה הקצאה נטולת קנאה.
- (4) (5 נק') הראו כי בכול הקצאה פארטו יעילה במשק זה, קיים פרט אחד לפחות שאינו מקנא באף פרט אחר.



### שאלה 10 (שאלה של ניר)

עבור כל אחד מהמקרים הבאים, כתוב באופן אלגברי ושרטט את עקומת התמורה:

(א) נתון:  $\bar{a} = 40$ ,  $\bar{b} = 10$ ,  $Y = a_y b_y$ ,  $X = \min\{a_x, b_x\}$

(ב) נתון:  $\bar{a} = 40$ ,  $\bar{b} = 10$ ,  $Y = 2a_y + b_y$ ,  $X = \min\{a_x, b_x\}$

ג) נתון:  $\bar{a} = 40$  ,  $\bar{b} = 10$  ,  $Y = a_y + 2b_y$  ,  $X = a_x b_x$

### שאלה 11 (מועד א' 2014 – האוניברסיטה העברית)

במשק שני מוצרי צריכה  $(x, y)$  וגורם ייצור יחיד  $a$ . צרכן 1 הוא הבעלים של פירמה 1

המייצרת את מוצר  $x$  לפי פונקציית הייצור:  $f_x(a) = 4a$

צרכן 2 הוא הבעלים של פירמה 2 המייצרת את מוצר  $y$  לפי פונקציית הייצור:

$$f_y(a) = 8$$

לכל אחד מהצרכנים 10 יחידות של המוצר  $a$  בסל ההתחלתי שלו (אין לאף אחד יחידות  $x$  או  $y$  בסל ההתחלתי).

התועלת של צרכן 1 הינה:  $u_1 = x_1 y_1^2$

התועלת של צרכן 2 הינה:  $u_2 = \sqrt{x_2} + \sqrt{y_2}$

א) תהא האלוקציה  $A$  אלוקציה בה פירמה 1 מייצרת כמות של 30 יחידות ופירמה 2 מייצרת כמות של 120 יחידות וסלי הצריכה של השחקנים הם:

$$(x_1, y_1, x_2, y_2) = (15, 60, 15, 60)$$

האם  $A$  היא אלוקציה פיזיבלית? נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב) מצא את עקומת התמורה בכלכלה.

ג) מצא את אוסף כל האלוקציות היעילות בכלכלה.

ד) מהי הכמות המינימלית של  $y$  שתיווצר באלוקציה יעילה?

ה) חשב את יחסי המחירים הבאים בשו"מ תחרותי:  $\frac{P_x}{P_a}, \frac{P_x}{P_y}$



**שאלה 12 (שאלה של ניר)**

במשחק ישנם 4 שחקנים.

שחקן 1 יכול לבחור בין אסטרטגיות U ו-D, שחקן 2 בין אסטרטגיות L ו-R, שחקן 3 בין אסטרטגיות A ו-B ושחקן 4 יכול לבחור בין אסטרטגיות C ו-E. המשחק נתון כדלקמן:

**AC**

	L	R
U	(6,3,2,1)	(8,2,7,10)
D	(5,7,10,6)	(9,9,8,9)

**BC**

	L	R
U	(8,10,9,9)	(6,9,8,9)
D	(9,2,1,5)	(8,6,9,1)

**AE**

	L	R
U	(8,8,8,8)	(9,9,9,9)
D	(9,6,1,7)	(6,8,3,8)

**BE**

	L	R
U	(10,6,8,8)	(5,10,9,7)
D	(10,7,10,6)	(6,8,4,2)

כאשר הנתונים בתוך הסוגריים מסמלים את תועלות הפרטים  $(U^1, U^2, U^3, U^4)$  כאשר  $U^i$  מסמל את תועלתו של פרט  $i$ . ידוע שקיים שיווי משקל נאש אחד באסטרטגיות טהורות. מצא אותו.

**שאלה 13 (מועד א' 2007 – אוניברסיטת חיפה)**

בחוג לכלכלה, שנה ב', ישנם כ-200 סטודנטים. ציוני המבחן במיקרו ב' מתפלגים כדלקמן:  $X \sim N(60, 5^2)$

עקב הממוצע הנמוך במבחן ותלונות הסטודנטים, הציע מרצה הקורס את ההצעה הבאה: כל סטודנט יוכל "לתרום" נקודה מציונו לסל הכולל של הנקודות. כל נקודה שתיתרם לסל, תזכה את הסל בנקודה נוספת. לאחר חישוב כל התרומות, יחולקו הנקודות באופן שווה בין הסטודנטים, כך שכל סטודנט יזכה בחלקו היחסי בהנקודות בסל אך ינוכה ממנו סך הניקוד שהוא תרם. המרצה הגביל את ההצעה כך שלאחר קבלת סך כל התרומות, תלמיד לא יוכל לקבל ציון מעל 100. הנח שסטודנטים אין אפשרות להעביר אינפורמציה אחד לשני. אילו סטודנטים, אם בכלל, יתרמו נקודות לסל וכמה נקודות הם יתרמו?

**שאלה 14 (שאלה של ניר)**

במשחק ישנם 2 שחקנים. שחקן 1 יכול לבחור באסטרטגיות U/M/D ושחקן 2 באסטרטגיות L/C/R. המשחק נתון כדלקמן:

	L	C	R
U	(5,8)	(8,6)	(3,4)
M	(1,1)	(7,0)	(2,8)
D	(2,3)	(7,2)	(5,4)

כאשר הנתונים בתוך הסוגריים מסמלים את תועלות הפרטים  $(U^1, U^2)$  כאשר  $U^i$  מסמל את תועלתו של פרט  $i$ .  
מצא שיווי משקל באסטרטגיות מעורבות ואת ההסתברות לכל אחת מהאסטרטגיות.  
מהי תוחלת התועלת של הפרטים בשיווי משקל?

ב. עתה הנח שהצטרף שחקן שלישי למשחק אשר יכול לבחור  $A$  או  $B$ . במקרה כזה תועלות השחקנים יהיו:

	<u>A</u>		
	L	C	R
U	(5,8,10)	(8,6,11)	(3,4,6)
M	(1,1,5)	(7,0,5)	(2,8,4)
D	(2,3,5)	(7,2,5)	(5,4,4)

	<u>B</u>		
	L	C	R
U	(5,8,4)	(8,6,2)	(3,4,1)
M	(1,1,9)	(7,0,5)	(2,8,4)
D	(2,3,6)	(7,2,1)	(5,4,4)

כאשר הנתונים בתוך הסוגריים מסמלים את תועלות הפרטים  $(U^1, U^2, U^3)$  כאשר  $U^i$  מסמל את תועלתו של פרט  $i$ .  
מצא שיווי משקל באסטרטגיות מעורבות ואת ההסתברות לכל אחת מהאסטרטגיות.

### שאלה 15 (שאלה של ניר)

בבניין יש 8 קומות. דיירי הבניין שוקלים לבנות לובי בבניין שעלותו היא 30 ₪.  
התועלת שכל דייר יפיק מהלובי היא  $7 + \varepsilon$ , פרט לדייר בקומה הראשונה אשר יפיק תועלת של  $9 + \varepsilon$ .

על מנת לבנות את הלובי, יש צורך בלאסוף כסף מכל הדיירים כאשר סדר האיסוף הוא לפי מספר הקומה. כלומר, הכסף קודם נאסף מהדייר בקומה הראשונה, לאחר מכן מהדייר בקומה השנייה וכך הלאה.  
(א) כתוב שו"מ נאש אחד שהוא לא פרפקטי.  
(ב) האם קיים שו"מ פרפקטי?



### שאלה מספר 16 (מועד ב' 2014 – אוניברסיטת חיפה)

ליד כפר ישנו מרעה משותף. בכל פעם שיש לפחות עז אחת במרעה, הערך של סך החלב הוא:

$$\frac{17}{4} - \frac{1}{X}$$

כאשר  $X$  הוא מספר הכבשים במרעה. ניתן לקנות עזים בשוק במחיר של שקל אחד. בכפר יש 5 משפחות (1,2,3,4,5). כל אחת מחליטה האם לקנות עז שתלחך במרעה (כל משפחה יכולה לקנות עז אחת בלבד).

(א) הנח כי ההחלטות מתקבלות בו זמנית. כמה שו"מ נאש באסטרטגיות טהורות יש במשחק זה? תאר אחד מהם.

(ב) הנח כי ההחלטות מתקבלות בסדר נתון: קודם משפחה 1 מחליטה, לאחר מכן משפחה 2 וכך הלאה. מצא את שיווי המשקל הפרפקטי של המשחק.

(ג) כלכלן אחד טוען כי אלו המרעה היה בבעלותה של משפחה אחת בלבד (אשר יכולה לקנות עיזים ללא הגבלה), פחות עיזים היו מלכחות במרעה. האם הטענה נכונה? הסבר.

### שאלה מספר 17 (מועד א' 2014 – האוניברסיטה העברית)

מונופול מייצר מלט לשוק המקומי בו הביקוש מתואר לפי:  $p(x) = 200 - 5x$  למונופול פונקציית עלות שולית עולה ממש (כלומר הנגזרת השנייה של פונקציית העלות חיובית). כאשר המונופול ממקסם רווחים, הוא מוכר כמות חיובית מהמוצר.

(א) (3 נק') כאשר המונופול ממקסם רווחים (ואין באפשרותו להפלות מחירים), יתקיים כי המחיר בשוק גדול מהעלות השולית של המונופול.

**נכון / לא נכון / אפשרי אבל לא בהכרח**

(ב) (3 נק') תהא  $x_m$  הכמות אותה היה מוכר המונופול אילו היה מונופול מפלה מושלם.

לפיכך, גמישות הביקוש ביחס למחיר  $e^*$  בנקודה  $x_m$  מקיימת (הקיפו את התשובה הנכונה):

(i)  $-1 < e^* < 0$

(ii)  $e^* = -1$

(iii)  $e^* < -1$

(iv) לא ניתן לדעת

ג) הניחו מעתה שעלות הייצור של  $x$  יחידות הינה:  $C(x) = 25 + 2x^2$  (עלות הייצור של 0 יחידות הינה 0).

לאור רפורמה של הממשלה, המונופול יכול למכור במקביל גם במדינה שכנה שם הביקוש העומד בפניו הוא:  $p(x) = 180 - 4x$ . המונופול מהווה יצרן יחיד של מלט גם במדינה השכנה.

(a) (5 נק') מונופול מפלה מושלם ימכור \_\_\_\_\_ יחידות בשוק המקומי ו- \_\_\_\_\_ יחידות במדינה השכנה.

(b) (5 נק') מונופול המפלה אפליית מחירים מדרגה שלישית, על מנת למקסם את רווחיו ימכור \_\_\_\_\_ יחידות בשוק המקומי ו- \_\_\_\_\_ יחידות במדינה השכנה.

(c) בהמשך לרפורמה של הממשלה קמה פירמה נוספת המייצרת מלט בשוק (גם לפירמה זו עלות שולית עולה ממש אבל אין לה עלויות קבועות). שתי הפירמות (החדשה והישנה) פועלות כקרטל ומוכרות לשני השווקים (המקומי והמדינה השכנה). ידוע שבמצב החדש שתי הפירמות מייצרות כמות חיובית כאשר הן ממקסמות רווחים. הקרטל מקיים אפליית מחירים מדרגה שלישית.

(i) (3 נק') סך מספר היחידות הכולל שמוכר הקרטל בשני השווקים בהשוואה למספר היחידות שמכר המונופול בשני השווקים בסעיף גb:

**יורד / עולה / לא ניתן לדעת**

(ii) (2 נק') הפדיון השולי של הקרטל בנקודה שבה הוא מוכר בשוק המקומי (בהשוואה לפדיון השולי אצל המונופול בסעיף גb בשוק המקומי):

**יורד / עולה / לא ניתן לדעת**

(iii) (2 נק') הרווח הכולל של שתי הפירמות בקרטל גדול מהרווח של המונופול בסעיף גb:

**נכון / לא נכון / אפשרי אבל לא בהכרח / לא ניתן לדעת**

**שאלה מספר 18 (שאלה של ניר)**

בשוק X קיימות 2 פירמות. פונקציית ההוצאות של כל פירמה הינה:

$$\text{פירמה 1: } TC_1 = \frac{1}{2}X_1^2 + 440$$

$$\text{פירמה 2: } TC_2 = 2X_2^2 + 20X_2 + 138$$

$$\text{פונקציית הביקוש למוצר הינה: } P = 220 - 4X$$

ידוע שפירמה אחת מובילה לפי מחיר (קובעת את המחיר בשוק).

מצא מחיר שו"מ ורווח כל פירמה.

**שאלה מספר 19 (שאלה של ניר)**

הנח שקיימות שתי פירמות.

$$\text{פונקציית ההוצאות של כל פירמה כדלקמן: } TC_1 = 10X_1, TC_2 = 20X_2$$

$$\text{פונקציית הביקוש הינה: } X = 65 - P$$

כל אחת מהפירמות יכולה לייצור 0, 10, 20 או 30 יחידות כאשר היא מבקשת למקסם את רווחיה.

(א) הנח שהפירמות מתאגדות לקרטל. מצא שו"מ.

(ב) הנח שהפירמות מתחרות לפי המודל של קורנו (הפירמות מחליטות על כמות שו"מ באופן סימולטני). מצא שו"מ נאש.

(ג) עתה הנח שהפירמות מתחרות לפי המודל של סטקלברג כך שפירמה 2 מובילה בכמות. מצא שו"מ נאש.

(ד) עתה הנח שהפירמות מתחרות לפי המודל של סטקלברג כך שפירמה 1 מובילה בכמות. מצא שו"מ נאש.

(ה) מה המקסימום שפירמה 2 תהיה מוכנה לשלם לפירמה 1 על מנת שתשנה את החלטתה? האם פירמה 1 תקבל את ההצעה?

(ו) עתה הנח שהפירמות מתחרות לפי מודל ברטרנד (כל פירמה מציע מחיר והפירמה אשר מציע את המחיר הכי נמוך מתחייבת למכור כל כמות מבוקשת במחיר זה). מה יהיה שו"מ נאש?

**שאלה מספר 20 (מועד א' 2014 – האוניברסיטה העברית)**

מפעל זיקוק מעביר את הדלק המזוקק בצינורות חלודים. דרך הצינורות נוזל דלק נוזלי לאדמה של חווה שכנה. נסמן ב- $y$  את סכום הכסף שמשקיע המפעל בשיקום הצינורות הנוזלים.

בנוסף להשקעה הכספית בצינורות, המפעל עצמו מפסיד כסף בשל הדלק שזולג מהצינורות החלודים. בהינתן רמת ההשקעה  $y$ , השווי הכספי עבור המפעל של הדלק

$$\text{שנוזל דרך הצינורות ומתבזבז הוא: } \frac{1}{y}$$

עלות הנזק שנגרם לחווה האורגנית השכנה מהזיהום באדמתה תלויה ברמת

$$\text{ההשקעה של בית הזיקוק ושוויה הינו: } \frac{3}{y}$$

**(א)** מהו הסכום  $y$  שהמפעל ישקיע בצינורות בפתרון יעיל חברתית? (3 נק')

**(ב)** כאשר המפעל ממקסם את רווחיו:

**(a)** מהו הסכום  $y$  שהמפעל ישקיע בצינורות? (3 נק')

**(b)** מהו הנטל העודף על החברה בהשוואה לפתרון היעיל חברתית? (3 נק')

**(ג)** הניחו עתה שלפי החוק במדינה, רשאי בעל החווה הסובל מזיהום הקרקע לתבוע (ולזכות) באחוז  $x$  מהנזק הנגרם לו שישולם לו על ידי בעל המפעל.  $x$  הוא מספר ממשי חיובי כלשהו היכול להיות גם גדול מ-1 (למשל אם  $x=1.5$  הפיצוי שישולם הוא 150% מהנזק).

**(a)** כאשר המפעל ממקסם את רווחיו, מהו הסכום  $y$  שהוא ישקיע בצינורות כפונקצייה של  $x$ ? (3 נק')

**(b)** מהם ערכי  $x$  עבורם המפעל ישקיע בתחזוקת הצינורות ברמה היעילה חברתית? אם אין כאלו, רישמו זאת. (2 נק')

**(ב)** נניח שלמפעל יש רישיון על פי חוק להשאיר את הצינורות דולפים. אם בעל החווה האורגנית רוצה שהצינורות יחזקו, הוא צריך לקנות מבעל המפעל את הזכויות לתחזוקת הצינורות במחיר השוק של  $p_y$  (כלומר, בעל החווה ישלם סכום של  $p_y y$  כדי שהמפעל ישקיע סכום של  $y$  בצינורות).

**(a)** מהו  $p_y$  בשיווי משקל? (4 נק')

(b) המדינה החליטה לתת סובסידיה של  $t\%$  על מחיר השוק על מנת לעודד את תחזוקת הצינורות ( $t > 0$ ). כלומר, אם בעל החווה משלם  $p_y$  כדי לרכוש יחידות אחזקה, המפעל מקבל  $p_y(1+t)$ .

(1) המחיר  $p_y$  כפונקצייה של  $t$ ? (2 נק')

(2) מהם ערכי  $t$  עבורם המשק יגיע לפתרון יעיל חברתית? (אם אין, ציין זאת). (2 נק')

## שאלות נוספות

### שאלה מספר 21 (מועד א' 2013 - בן גוריון)

במשק פריס ישנם שני פרטים סוזן (פרט 1) ולני (פרט 2) הצורכים גלידה ( $X$ ) וגבינה ( $Y$ ). במשק ישנו גורם ייצור יחיד, חלב ( $K$ ), ושתי פירמות. פירמה אחת מייצרת גלידה מחלב ופונקציית הייצור שלה ניתנת על ידי:  $X_p = 3K_x$ . פירמה שניה מייצרת גבינה מחלב, ופונקציית הייצור שלה ניתנת על ידי:  $Y_p = 6K_y^{0.5}$ . כאשר  $X_p$  ו-  $Y_p$  הינן תפוקות הגלידה והגבינה,  $K_x$  ו-  $K_y$  הינן תשומות החלב בייצור כל אחד מהמוצרים.

העדפויות של סוזן נתונות על ידי  $U_1(X_1, Y_1) = X_1^2 Y_1$ , יש לה 6 יחידות חלב ו-  $1/3$  מהבעלות על כל אחת מהפירמות. העדפותיו של לני נתונות על ידי  $U_2(X_2, Y_2) = X_2 Y_2$ , יש לו 24 יחידות חלב ו-  $2/3$  מהבעלות על כל אחת מהפירמות.

הניחו כי מחיר הגלידה הינו 1, וסמנו את מחירי הגבינה והחלב ב-  $P_y$  ו-  $P_K$ .

- (1) (3 נק') מהו מחיר החלב בשיווי משקל תחרותי בו מייצרים כמות חיובית של גלידה? הסבירו.
- (2) (17 נק') חשבו את המחירים וההקצאה המתקבלת במשק בשיווי משקל תחרותי.
- (3) (5 נק') הניחו כעת כי מטילים מס על מכירת החלב של לני. כלומר אם לני מוכר חלב במחיר  $q$ , הפירמה משלמת  $q$ , לני מקבל  $q(1-t)$  והממשלה מקבלת  $tq$  (הינו אחוז המס). האם ההקצאה שתתקבל לאחר הטלת המס הינה פארטו יעילה? הסבירו את התשובה ובמידה והיא שלילית תארו כיצד מופרים התנאים ליעילות.